

APLICAÇÃO DA TEORIA GENERALIZADA DE VIGAS AO ESTUDO DA INTERACÇÃO DISTORCIONAL-GLOBAL EM VIGAS DE AÇO ENFORMADAS A FRIO

André D. Martins¹, Dinar Camotim¹, Rodrigo Gonçalves² e Pedro B. Dinis¹

1: CERIS, ICIST, DECivil

Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa

Av. Rovisco Pais 1, 1049-001 Lisboa, Portugal

e-mail: andrerdmartins@tecnico.ulisboa.pt, dcamotim@civil.ist.utl.pt, dinis@civil.ist.utl.pt

2: CERIS, ICIST e DEC

Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

Quinta da Torre, 2829-516, Caparica, Portugal

e-mail: rodrigo.goncalves@fct.unl.pt

Palavras-chave: Vigas de aço enformadas a frio com secção em C, Interacção Distorcional-Global, Interacção genuína e por bifurcação secundária, Teoria Generalizada de Vigas (GBT)

Resumo. Neste trabalho pretende-se apresentar e discutir resultados numéricos, obtidos através da Teoria Generalizada de Vigas (GBT), relativos ao comportamento de pós-encurvadura, em regime elástico, de vigas de aço enformadas a frio com secção em C, simplesmente apoiadas, submetidas a flexão uniforme e afectadas por interacção distorcional-global (D-G). As vigas analisadas têm várias geometrias, de modo a exibirem diferentes tipos de interacção D-G: (i) interacção D-G genuína (momentos críticos distorcional, M_{crD} , e global, M_{crG} , com valores próximos), (ii) interacção D-G por bifurcação secundária global ($M_{crD} < M_{crG}$) – enquanto no primeiro caso se analisam vigas contendo três imperfeições geométricas iniciais (duas globais, devido à assimetria, e uma distorcional), no segundo considera-se uma imperfeição geométrica inicial distorcional. É ainda é investigada a possibilidade da ocorrência de interacção D-G por bifurcação secundária distorcional ($M_{crG} < M_{crD}$). Para clarificar o comportamento surpreendente exibido pela viga que exibe interacção D-G por bifurcação secundária global, analisa-se uma viga adicional, com um comportamento de pós-encurvadura distorcional “puro”, i.e., sem envolver qualquer tipo de interacção modal ($M_{crD} < M_{crL} < M_{crG}$). Os resultados obtidos com a GBT consistem em trajectórias de equilíbrio, configurações deformadas de vigas (expressas em termos modais) relativas a estados de equilíbrio seleccionados, evoluções de perfis de deslocamentos relevantes e diagramas de participação modal.

1. INTRODUÇÃO

A configuração complexa das secções transversais (abertas) habitualmente utilizadas em barras (colunas, vigas e/ou viga-colunas) de aço enformado a frio torna-os altamente susceptíveis à ocorrência de fenómenos de instabilidade, envolvendo quer modos isolados (encurvadura local, distorcional ou global – L, D, G) ou acoplados (L-D, L-G, D-G e/ou L-D-G). No que respeita às barras afectadas por fenómenos de acoplamento/interacção envolvendo encurvadura distorcional (*i.e.*, interacção L-D, D-G ou L-D-G) não existem ainda regras e/ou procedimentos de dimensionamento aceites consensualmente pela comunidade técnico-científica. Note-se que os referidos fenómenos de interacção podem ocorrer mesmo quando os correspondentes momentos críticos estão razoavelmente afastados, o que torna o seu estudo bem mais complexo – quando os momentos críticos envolvidos estão próximos, situação designada por “interacção genuína”, ocorre sempre interacção modal. Por outro lado, a avaliação do comportamento estrutural de barras afectadas por fenómenos de interacção requer um conhecimento aprofundado sobre os aspectos mecânicos envolvidos nos respectivos acoplamentos, os quais condicionam o comportamento de pós-encurvadura e a resistência última das barras. Neste trabalho abordam-se vigas de aço enformadas a frio com secção em C submetidas a interacção D-G, um tópico que tem sido muito pouco investigado pela comunidade científica – os únicos estudos existentes são fruto de uma investigação experimental e numérica envolvendo vigas de aço inoxidável com secção em C [1-2] – as vigas ensaiadas têm o troço central submetido a flexão uniforme (“4-point bending”, na designação anglo-saxónica). Assim, não é difícil concluir que é necessário realizar uma vasta actividade de investigação antes de ser possível desenvolver e propor regras de dimensionamento eficazes (seguras e fiáveis) para vigas afectadas por interacção D-G – o presente trabalho visa dar uma primeira contribuição para atingir este objectivo.

Nos últimos anos, a Teoria Generalizada de Vigas (GBT) surgiu como uma alternativa bastante promissora para avaliar o comportamento não-linear de barras (e pórticos) prismáticas de parede fina de uma forma rigorosa e também clarificadora do ponto de vista estrutural. De facto, as análises baseadas na GBT permitem identificar e quantificar as contribuições dos vários “modos (tipos) de deformação” para o comportamento da barra, tornando assim possível adquirir uma compreensão muito mais aprofundada sobre as características mecânicas subjacentes a esse comportamento. Esta capacidade torna a GBT uma ferramenta ideal para estudar os fenómenos interacção modal do tipo daquele que é abordado neste trabalho. Para esse efeito, é também conveniente considerar condições de apoio e carregamento bem definidos, o que facilita a compreensão/interpretação do comportamento inerentemente complexo exibido pelas barras afectadas por fenómenos de interacção. Em particular, apresentam-se e discutem-se resultados numéricos, obtidos através de análises geometricamente não-lineares (elásticas) efectuadas com a GBT, relativos a vigas simplesmente apoiadas com secção em C e flectidas uniformemente em torno do eixo de maior inércia, cujo comportamento é influenciado por interacção D-G. Analisam-se vigas com várias geometrias, o que permite estudar dois tipos de interacção D-G: (i) “interacção D-G genuína” (momentos críticos distorcionais e globais próximos) e (ii) “interacção D-G por bifurcação secundária global” – consideram-se imperfeições geométricas iniciais com várias configurações nos dois casos. Investiga-se ainda a possibilidade de ocorrência de “interacção D-G por bifurcação secundária distorcional”. Os resultados apresentados dizem respeito à evolução, ao longo de trajectórias de equilíbrio, (i) da configuração deformada da viga (expressa em termos modais), (ii) de perfis de deslocamentos relevantes e (iii) de diagramas de participação modal.

2. ANÁLISES DE ENCURVADURA – SELECÇÃO DA GEOMETRIA DAS VIGAS

Para investigar os aspectos mecânicos do comportamento geometricamente não linear das vigas de aço ($E=210\text{GPa}$, $\nu=0.3$) com secção em C, simplesmente apoiadas e afectadas por interacção D-G, é indispensável começar pela selecção de geometrias (dimensões da secção transversal e comprimentos) que estejam associadas à ocorrência desse fenómeno de acoplamento. Esta selecção baseia-se “apenas” no conhecimento dos momentos críticos distorcionais (M_{crD}) e global (M_{crG}), obtidos através de análises lineares de estabilidade. Escolheram-se vigas com três geometrias distintas, (i) uma afectada por interacção D-G genuína ($R_{GD}=M_{crG}/M_{crD}\approx 1.00$), (ii) uma susceptível a “interacção D-G por bifurcação secundária global” ($R_{GD}\approx 2.00$) e (iii) uma onde seja possível a ocorrência de “interacção D-G por bifurcação secundária distorcionais” ($R_{GD}\approx 0.50$). Enquanto as duas primeiras vigas exibem sempre interacção D-G, devido (i) à proximidade dos momentos críticos ou (ii) à moderada resistência de pós-encurvadura distorcionais, respectivamente, na terceira viga essa interacção pode não ocorrer, devido à baixa resistência de pós-encurvadura globalⁱ. Em qualquer dos casos, garantiu-se que o momento crítico local é suficientemente elevado para que não ocorra interacção L-D-G. As Figs. 1(a₁)-(a₃) mostram a variação de M_{cr} com o comprimento da viga L (em escala logarítmica) para as três secções transversais seleccionadas. Nas Figs. 1(b)-(c), por outro lado, representam-se os modos críticos de instabilidade correspondentes e as funções de amplitude modal fornecidas pela GBT para cada uma das imperfeições geométricas iniciais (IGI) consideradas na obtenção dos resultados de pós-encurvadura discutidos nas Secções 3 e 4. A Fig. 1(a₁) mostra o comprimento escolhido para garantir a coincidência entre M_{crD} e M_{crG} (viga com interacção D-G genuína): $L_{GD}=205\text{cm}$. Por outro lado, as Figs. 1(b₁)-(c₁) mostram os modos críticos de instabilidade global e distorcionais, bem como as respectivas funções de amplitude modal. De forma análoga, a Fig. 1(a₂) mostra os comprimentos escolhidos para conseguir (i) $R_{GD}\approx 2.00$ (viga com interacção D-G por bifurcação secundária global: $L_{GD}=200\text{cm}$) e (ii) um comportamento de pós-encurvadura distorcionais “puro” (o qual está associado a $M_{crD}=2435.6 < M_{crL}=6635 (M_{crL}) \ll M_{crG}=129066\text{kNm}$; $L_D=40\text{cm}$) – as Figs. 1(b₂)-(c₂) mostram os modos críticos distorcionais de ambas as vigas. Por último, a Fig. 1(a₃) mostra comprimento adoptado para garantir $R_{GD}\approx 0.50$ (viga com possível interacção D-G por bifurcação secundária distorcionais: $L_G=450\text{cm}$) – a decomposição modal dos modos críticos de instabilidade global e distorcionais pode ser encontrada nas Figs. 1(b₃)-(c₃). A observação destes resultados permite concluir que:

- (i) Nos comprimentos associados à transição entre vigas “intermédias” e “longas”, o modo crítico de instabilidade global contém sempre contribuições relevantes dos modos **3+4+5** (sobretudo), conforme ilustrado na Fig. 1(a₁), e uma pequena contribuição dos modos **2+6**, conforme indicado na Fig. 1(b₁) – todos os perfis de deslocamentos são sinusoidais com uma semi-onda. Para comprimentos maiores ($L>400\text{cm}$), as vigas encurvam em modos globais (**3+4**).
- (ii) Todos os modos críticos distorcionais (Figs. 1(c₁)-(b₂)-(c₂)-(c₃)) têm participações dominantes dos modos **5+6** e pequenas (mas não desprezáveis) contribuições dos modos **8+9** (locais). Ao seleccionar as geometrias das vigas escolheram-se intencionalmente vigas cujos modos críticos distorcionais exibem diferentes números de semi-ondas n_D , os quais podem ser pares ou ímpares (os respectivos comportamentos de pós-encurvadura são bem distintos) – assim, as vigas com $R_{GD}=1.00$ e 2.00 exibem modos críticos distorcionais com $n_D=6$ e $n_D=5$, respectivamente.

ⁱ Note-se que a consideração de diferentes condições de apoio e/ou carregamento podem fazer alterar esta afirmação.

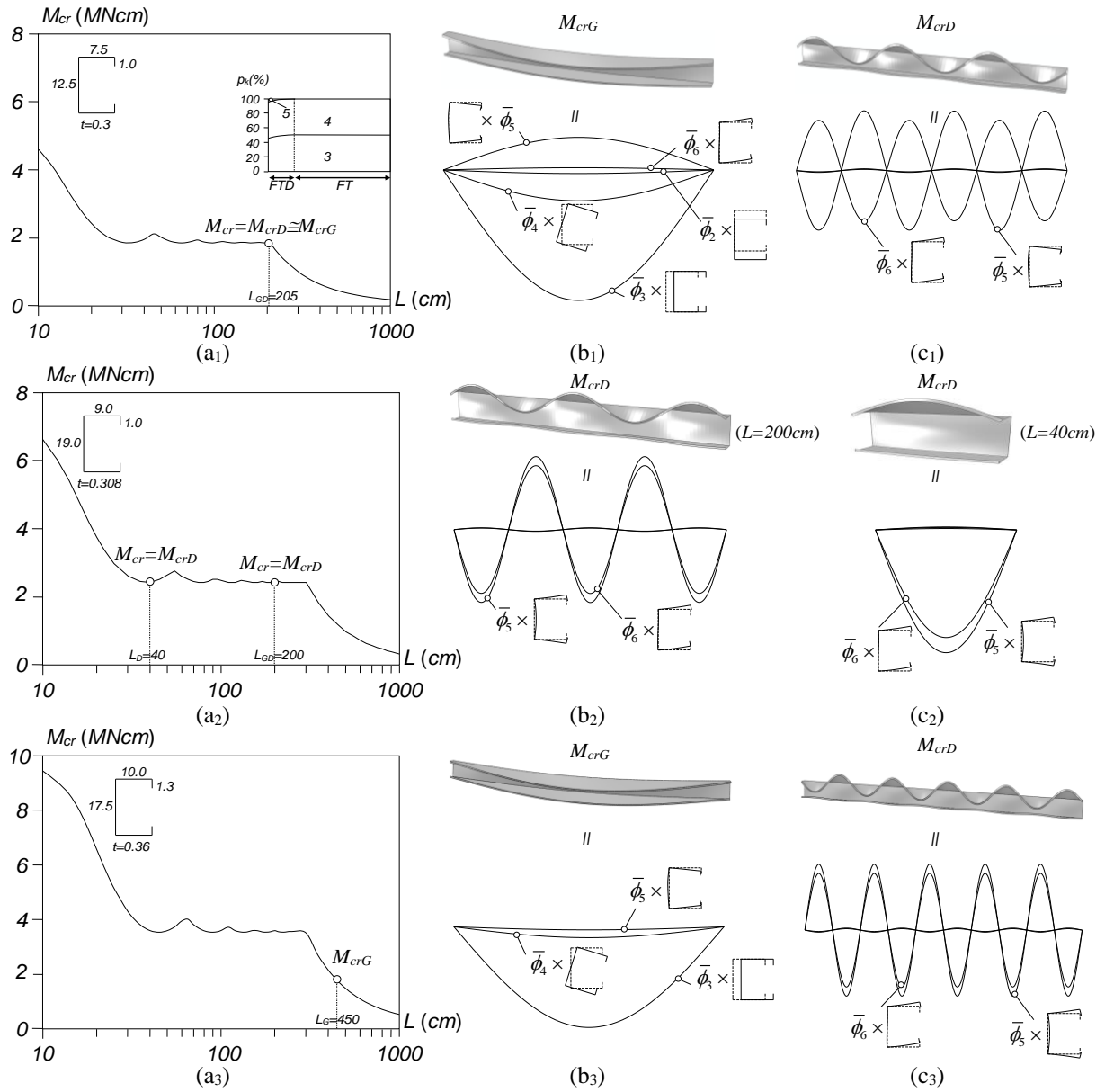


Figura 1. (a) Curvas M_{cr} vs. L e (b)+(c) modos críticos distorcionais e/ou globais e funções de amplitude modal associadas

3. PÓS-ENCURVADURA DISTORCIONAL DE VIGAS

Os resultados apresentados e discutidos neste trabalho foram obtidos através de uma formulação recentemente desenvolvida pelos autores [3]. Por uma questão de simplicidade, adoptou-se a mesma discretização nodal em todas as vigas analisadas neste trabalho (mesmo que, em alguns casos, possa ser excessivamente refinada na alma): 17 nós (6 naturais e 11 intermédios – 3 no banzo comprimido, 1 no banzo tracionado e 7 na alma), originando (i) 19 modos convencionais (4 globais, 2 distorcionais e 13 locais – modos 1 a 19), (ii) 16 modos de corte (5 globais e 11 locais – modos 20 a 35), (iii) 16

modos de extensão transversal lineares (1 global isotrópico, 5 globais deviatóricos e 11 locais – modos 36 a 51) e (iv) 16 modos de extensão transversal quadráticos (modos 52 a 67), isto é, um total de 67 modos de deformação – a Fig. 2 mostra as suas principais características.

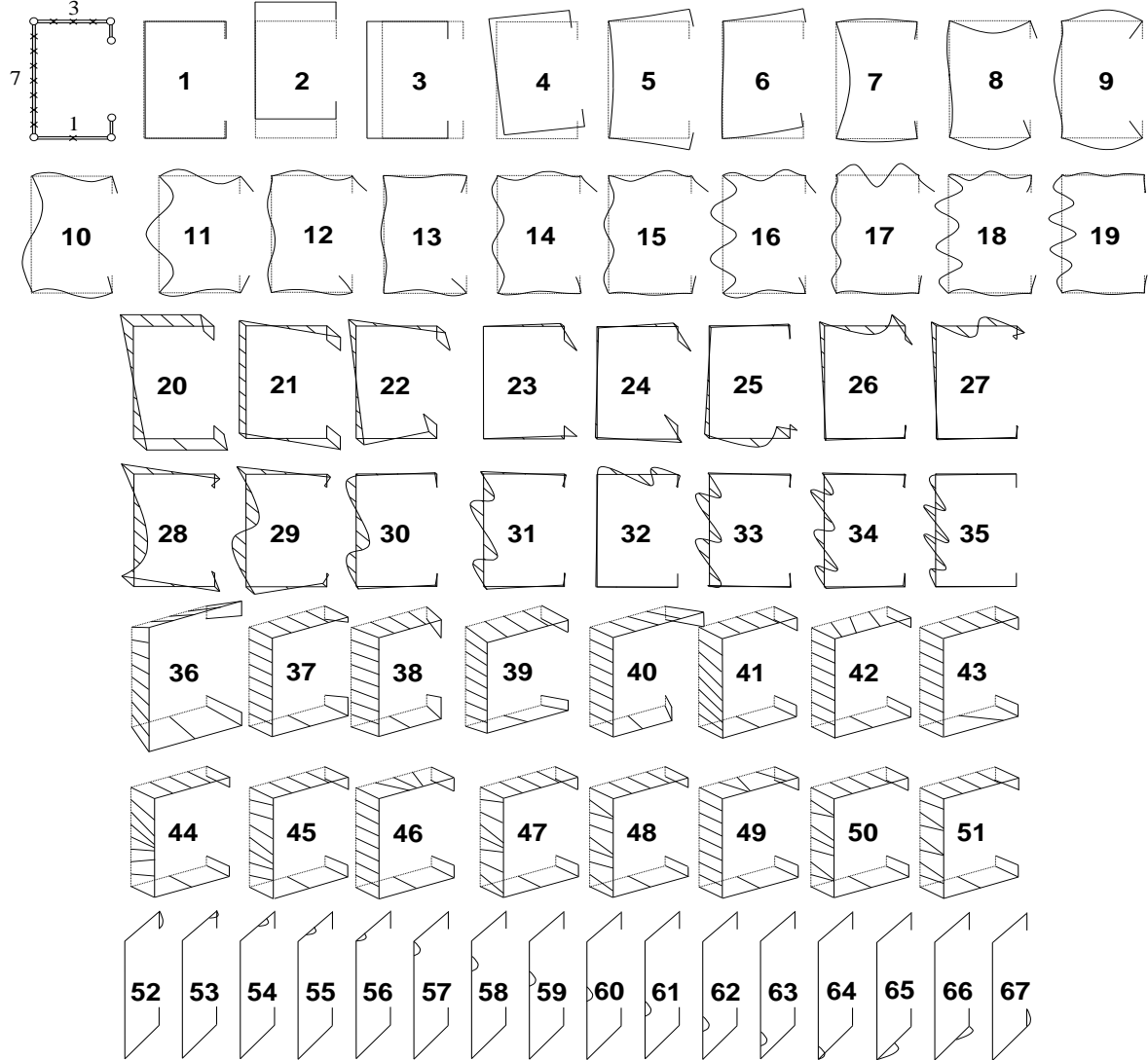


Figura 2. Discretização nodal de uma secção transversal em C, configurações deformadas, no plano da secção, dos modos de deformação convencionais e de extensão transversal (lineares e quadráticos) e perfis de empenamento dos modos de corte

Antes de apresentar os resultados relativos a vigas afectadas por interacção D-G, na Secção 4, são previamente discutidos, de forma sucinta, resultados referentes a uma viga com comportamento de pós-encurvadura distorcional “puro” (*i.e.*, sem envolver deformações globais e/ou locais), a qual é designada por “viga D” – o comportamento desta viga é essencial para interpretar a resposta estrutural das vigas afectadas por interacção D-G por bifurcação secundária global, abordadas na Secção 4.2. As Figs. 3(a₁)-(a₂) mostram as trajectórias de equilíbrio M/M_{crD} vs. $(v+v_0)/t$ (v é o deslocamento vertical na ligação entre o banzo superior/comprimido e o reforço de extremidade, e v_0 é o respectivo valor

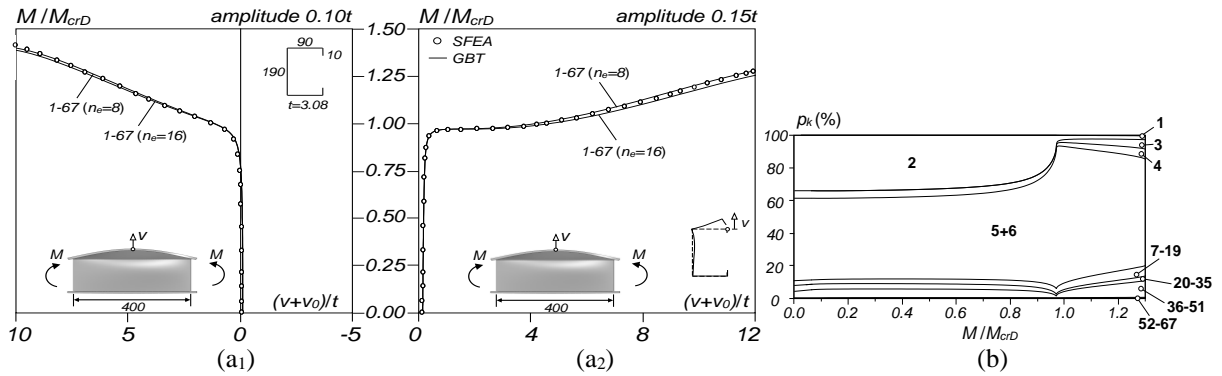


Figura 3. GBT (a) trajectória de pós-encurvadura distorcional “pura” M/M_{crD} vs. $(v+v_0)/t$ de vigas em C contendo IGI com a forma do modo crítico e amplitudes (i) $0.10t$ e (ii) $0.15t$, e (b) diagrama de participação modal da segunda viga

inicial) de uma “viga D” contendo uma IGI com a forma do modo crítico (distorcional) e envolvendo deslocamentos v “a abrir” com amplitudes $0.10t$ e $0.15t$, respectivamente – a Fig. 3(b) mostra o diagrama de participação modal desta última viga. Nas Figs. 4(a)-(c), relativas à viga D+ $0.10t$, estão representadas as evoluções das contribuições, para o perfil do deslocamento v , do modo 2 (v_2), dos modos 5+6 (v_{5+6}) e da totalidade dos modos de deformação ($v \equiv v_{1-67}$). Por outro lado, as Figs. 5(a)-(b), relativas à viga D+ $0.15t$, mostram (i) a evolução das contribuições, para o perfil de v , dos modos 2 (v_2), 4 (v_4), 5+6 (v_{5+6}), 36-51 (v_{36-51}) e 1-67 ($v \equiv v_{1-67}$) e (ii) a evolução das contribuições, para o perfil de w (deslocamento transversal a meia altura da alma), dos modos 3 (w_3), 7-19 (w_{7-19}), 36-51 (w_{36-51}) e 1-67 ($w \equiv w_{1-67}$) – a contribuição dos modos 5+6 (w_{5+6}) não é representada, na medida em que foi já contabilizada em v_{5+6} . A observação destes resultados de pós-encurvadura permite concluir que:

- (i) A trajectória de equilíbrio da viga D+ $0.10t$ mostra a existência de deslocamentos da ligação entre o banzo superior e o reforço “a fechar” nos estados iniciais de pós-encurvadura, apesar de o valor inicial (IGI) ter o sentido oposto. Por outro lado, a trajectória de equilíbrio da viga D+ $0.15t$ exhibe o comportamento “esperado”, *i.e.*, com deslocamentos sempre “a abrir”. A explicação para a diferença qualitativa entre as trajectórias de equilíbrio das vigas D+ $0.10t$ e D+ $0.15t$ está nos pesos relativos das contribuições (com sentidos opostos) dos modos 2 (movimento de corpo rígido devido à flexão em torno do eixo de maior inércia – “a fechar”) e 5+6 (deformação distorcional – “a abrir”), as quais governam a resposta da viga nos estados iniciais de pós-encurvadura. As Figs. 4(a)-(c), relativas à viga D+ $0.10t$, cujo comportamento é “inesperado”, mostram que a presença de IGIs com “pequenas amplitudes” (*e.g.*, $0.10t$) faz com que, no início do carregamento, a contribuição dos modos 5+6 seja incapaz de se “opor” à influência do modo 2 e, por esse motivo, o deslocamento v evolui no sentido “a fechar” – ver as Figs. 4(c) e 3(a₁). De facto, a Fig. 4(b) mostra que v_{5+6} inverte o sentido em $M/M_{crD} \approx 0.616$ e muda de sinal para M/M_{crD} entre 0.808 e 0.898. É necessário considerar uma IGI com uma amplitude “suficientemente grande” (*e.g.*, $0.15t$) para que a contribuição dos modos 5+6 seja preponderante no início do carregamento e o deslocamento v evolua no sentido “a abrir” – ver as Figs. 5(a₅) e 3(a₂).
- (ii) O diagrama de participação modal da Fig. 3(b) mostra que, na primeira fase do carregamento ($M/M_{crD} \approx 0.50$), a contribuição dos modos 5+6 é a mais relevante ($p_{5+6} = 51\%$), seguida pela do modo 2 ($p_2 = 33\%$) – as restantes contribuições são da torção (modo 4 – $p_4 = 5\%$) e dos modos

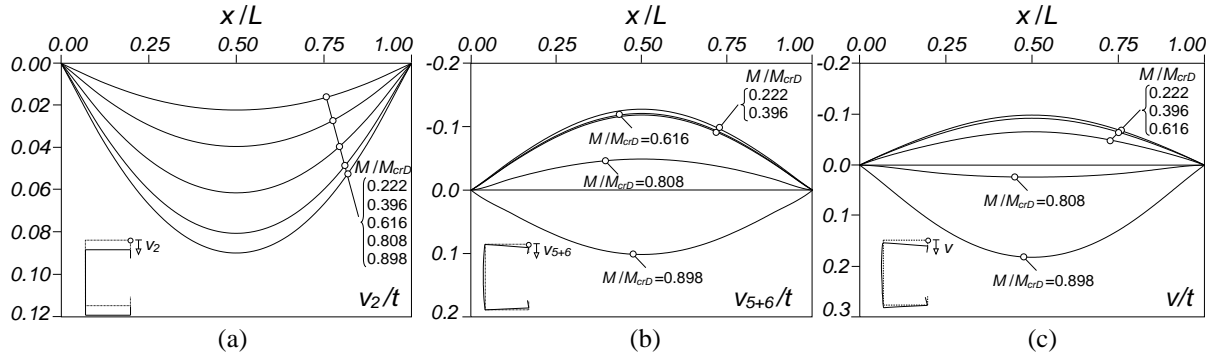


Figura 4. Perfis longitudinais do deslocamento vertical na ligação entre o banzo superior e o reforço de extremidade da viga D+0.10t: (a) $v_2(x)$, (b) $v_{5+6}(x)$ e (c) $v_{1-67}(x) \equiv v(x)$

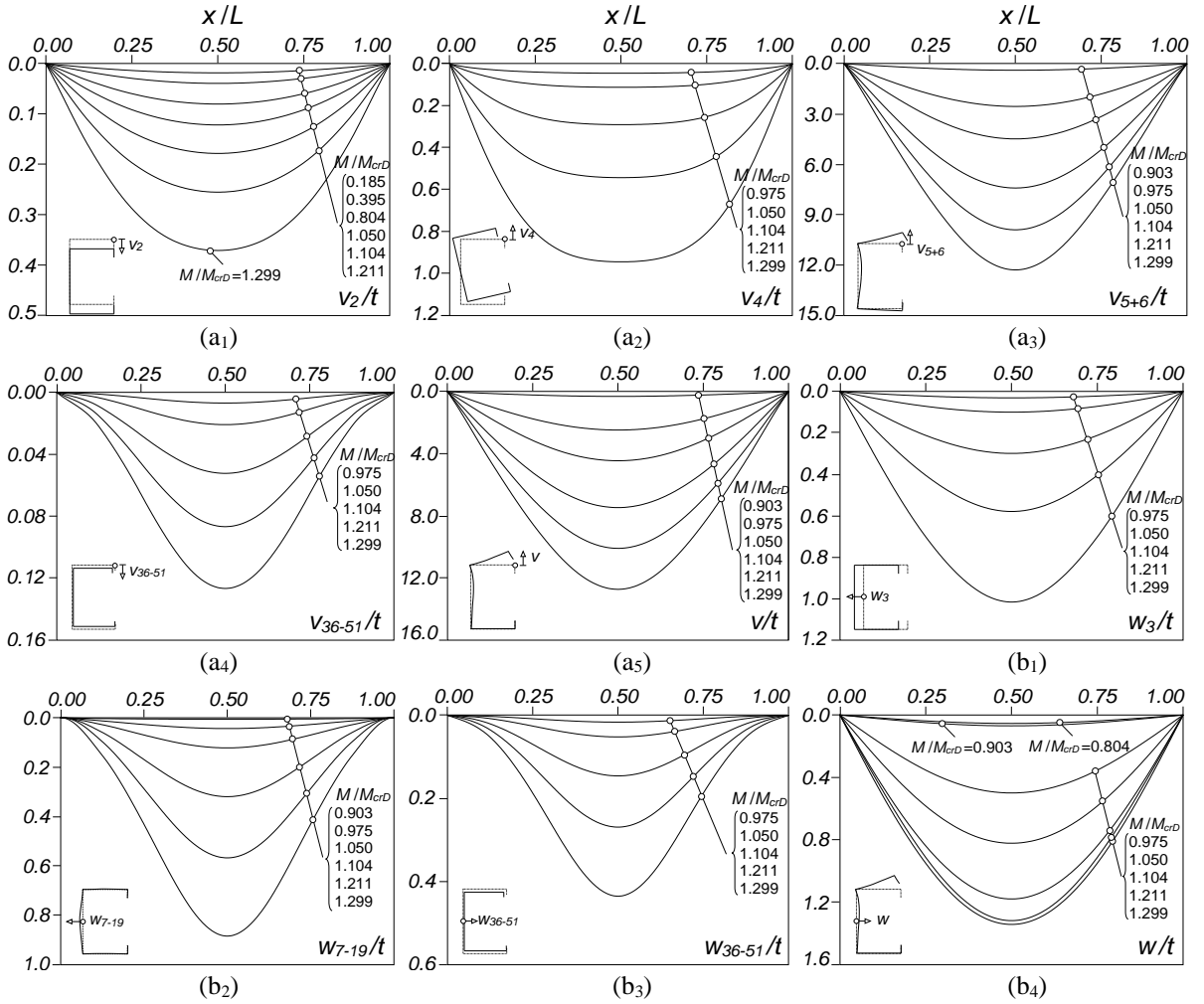


Figura 5. Perfis longitudinais da viga D+0.15t correspondente aos deslocamentos (a) v (1) $v_2(x)$, (2) $v_4(x)$, (3) $v_{5+6}(x)$, (4) $v_{36-51}(x)$, (5) $v_{1-67}(x) \equiv v(x)$, e (b) w (1) $w_3(x)$, (2) $w_{7-19}(x)$, (3) $w_{36-51}(x)$, (4) $w_{1-67}(x) \equiv w(x)$

locais **7-10** ($p_{7-10}=3\%$), de corte (3%) e de extensão transversais **37+40+41** ($p_{37+40+41}=5\%$). À medida que o carregamento progride ($M/M_{crD}>0.50$), p_2 é gradualmente “substituído” por um aumento de p_{5+6} , a qual atinge 86% para $M/M_{crD}=0.973$. Para carregamentos superiores a $M/M_{crD}=0.973$, p_{5+6} decresce ligeiramente, sendo “substituída” por pequenos aumentos de todas as restantes participações modais: o modo **2** chega a 2%, os modos **3** e **4** emergem e atingem 6% cada, os modos locais também chegam a 6% (com $p_7=4\%$), os modos de corte atingem 3% e os modos transversais de extensão lineares chegam a 10% (com $p_{40}=3\%$).

- (iii) Conforme esperado, todos os perfis longitudinais representados na Fig. 5 são simétricos devido ao facto de n_D ser ímpar. Conforme discutido no ponto anterior, o perfil do deslocamento v (ver Fig. 5(a₅)) tem contribuições maioritárias de v_{5+6} (Fig. 5(a₃)) e v_2 (Fig. 5(a₁)) – a segunda é apenas relevante no início do carregamento. A pequena contribuição dos modos locais (Fig. 5(b₂)) reflecte a sua diminuta participação no modo crítico distorcional (ver Fig. 1(c₂)). Como a viga é simplesmente apoiada, todos os modos locais exibem n_D semi-ondas. No entanto, a apresentação e discussão destes resultados (viga com pós-encurvadura distorcional “pura”) teve como objectivo principal ilustrar o aparecimento dos modos **3** (Fig. 5(b₁)) e **4** (Fig. 5(a₂)) para $M/M_{crD}>0.975$. Este aparecimento não é devido à proximidade entre M_{crG} e M_{crD} ($M_{crG}/M_{crD}>50$), mas sim à redistribuição de tensões que tem lugar na metade superior/comprimida da viga nos estados avançados de pós-encurvadura, a qual é despoletada pelo aumento das deformações distorcionais e causa uma rápida erosão da rigidez global (note-se que, em colunas de secção em C com comportamento de pós-encurvadura distorcional “puro”, a redistribuição de tensões apenas causa o aparecimento do modo **3** [4]). Este aspecto tem um impacto significativo na resposta das vigas quando M_{crG} e M_{crD} não estão muito afastados, conforme será discutido na Secção 4.2.

4. PÓS-ENCURVADURA DE VIGAS AFECTADAS POR INTERACÇÃO D-G

4.1. Interacção D-G genuína

Os aspectos mecânicos do comportamento de pós-encurvadura da viga em C simplesmente apoiada seleccionada na Fig. 1(a₁) são investigados nesta secção, tirando partido da natureza modal da GBT. Como é bem sabido, IGIs com diferentes configurações podem originar, em maior ou menor grau, diferenças significativas no comportamento de pós-encurvadura da viga – em alguns casos, podem mesmo originar acoplamentos de natureza distinta (alguns ainda pouco conhecidos pela comunidade científica [4, 5]). Assim, a consideração de IGIs com diferentes configurações é crucial nos estudos envolvendo interacção modal. As Figs. 6(a₁)-(a₃) mostram trajectórias de equilíbrio M/M_{cr} vs. $(w+w_0)/t$ associadas às várias IGIs consideradas: (i) IGIs “globais”, de amplitude $L/1000$ e envolvendo rotações de torção nos sentidos horário e anti-horário (Figs. 6(a₁)-(a₂) – trajectórias identificadas por $\theta=270^\circ$ e $\theta=90^\circ$, respectivamente), e (ii) IGI distorcional, de amplitude $0.1t$ (Fig. 6(a₃) – $\theta=0^\circ$), definida pelo valor máximo de v . As Figs. 6(b₁)-(b₃) mostram os correspondentes diagramas de participação modal. Por outro lado, nas Figs. 7(a₁)-(b₄), 8(a₁)-(b₄) e 9(a₁)-(b₄) representam-se os perfis dos deslocamentos indicados nas Figs. 5(a₁)-(b₄), relativos às vigas $\theta=270^\circ$, $\theta=90^\circ$ e $\theta=0^\circ$, respectivamente – note-se que os símbolos (\downarrow), colocados junto das legendas desses perfis, indicam que correspondem a estados de equilíbrio localizados no ramo descendente da trajectória de equilíbrio. Por último, as Figs. 10(a)-(c) mostram configurações deformadas das três vigas em vários estados de equilíbrio. A observação destes resultados permite tecer as seguintes considerações:

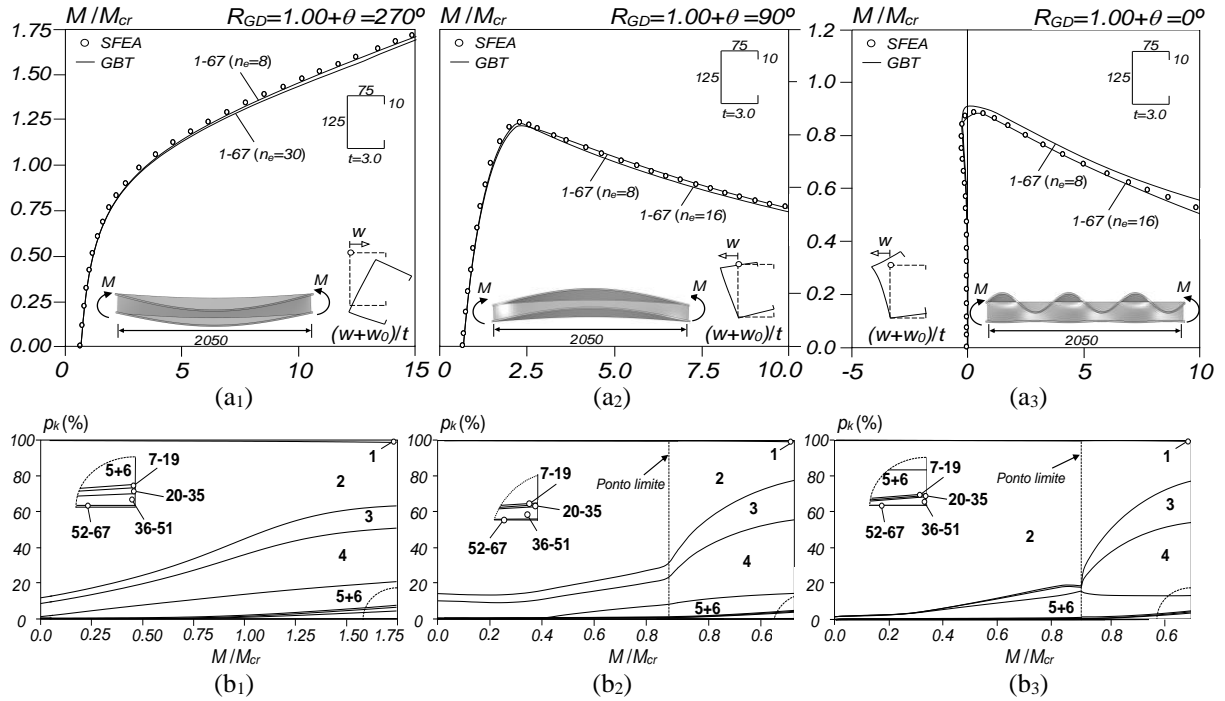


Figura 6. (a) Trajetórias de equilíbrio M/M_{cr} vs. $(w+w_0)/t$ da viga em C com $R_{GD}=1.00$ (interação D-G genuína) e (b) diagramas de participação modal referentes a IGI (1) “global” ($\theta=270^\circ$), (2) “global” ($\theta=90^\circ$) e (3) distorsional ($\theta=0^\circ$)

- (i) A comparação entre as Figs. 6(a₁) e 6(a₂) mostra claramente a assimetria associada ao sinal (orientação) da IGI “global”.
- (ii) O diagrama de participação modal da viga $\theta=270^\circ$ (Fig. 6(b₁)) mostra o papel dominante que o modo 2 tem na resposta da viga, bem como as participações significativas dos modos 3, 4 e 5, originados pela IGI – *e.g.*, para $M/M_{cr}=0.50$ tem-se: $p_2=75\%$, $p_3=5\%$, $p_4=12\%$ e $p_{5+6} \approx p_5=7\%$ (os restantes modos têm pouca influência neste nível de carregamento). Aumentando o carregamento observa-se que a contribuição do modo 2 é gradualmente “substituída” por maiores participações dos modos 3, 4 (sobretudo) e 5+6 – para $M/M_{cr} \approx 1.0$ tem-se $p_2=54\%$, $p_3=9\%$, $p_4=22\%$ e $p_{5+6}=12\%$. Para carregamentos superiores ($M/M_{cr} > 1.0$), os modos de corte e de extensão transversal tornam-se mais relevantes, crescendo as suas participações até 2% e 4%, respectivamente ($M/M_{cr} \approx 1.75$). As restantes participações mais relevantes são dos modos 2 (36%), 3 (13%), 4 (30%) e 5+6 (13%).
- (iii) A comparação entre os diagramas de participação modal das vigas $\theta=90^\circ$ e $\theta=0^\circ$ (Figs. 6(b₂) e 6(b₃)) mostra que as maiores diferenças ocorrem antes do ponto limite e estão, naturalmente, associadas às IGI consideradas. De facto, há diferenças significativas quanto às contribuições do modo 2 (sobretudo) e dos restantes modos. Por exemplo, para $M/M_{cr}=0.40$ as vigas $\theta=90^\circ$ e $\theta=0^\circ$ exibem participações modais relevantes distintas: modos 2 (83% vs. 94%), 3 (5% vs. 0%), 4 (11% vs. 0%) e 5+6 (0% vs. 5%) – as restantes participações são pouco relevantes nas duas vigas. À medida que o carregamento cresce ($M/M_{cr} > 0.40$), os modos (iii₁) 5+6 ($\theta=90^\circ$) e (iii₂) 3 e (sobretudo) 4 ($\theta=0^\circ$) desempenham papéis cada vez mais relevantes até perto do ponto limite, o que é “compensado” pela redução da contribuição do modo 2. Na vizinhança próxima do ponto

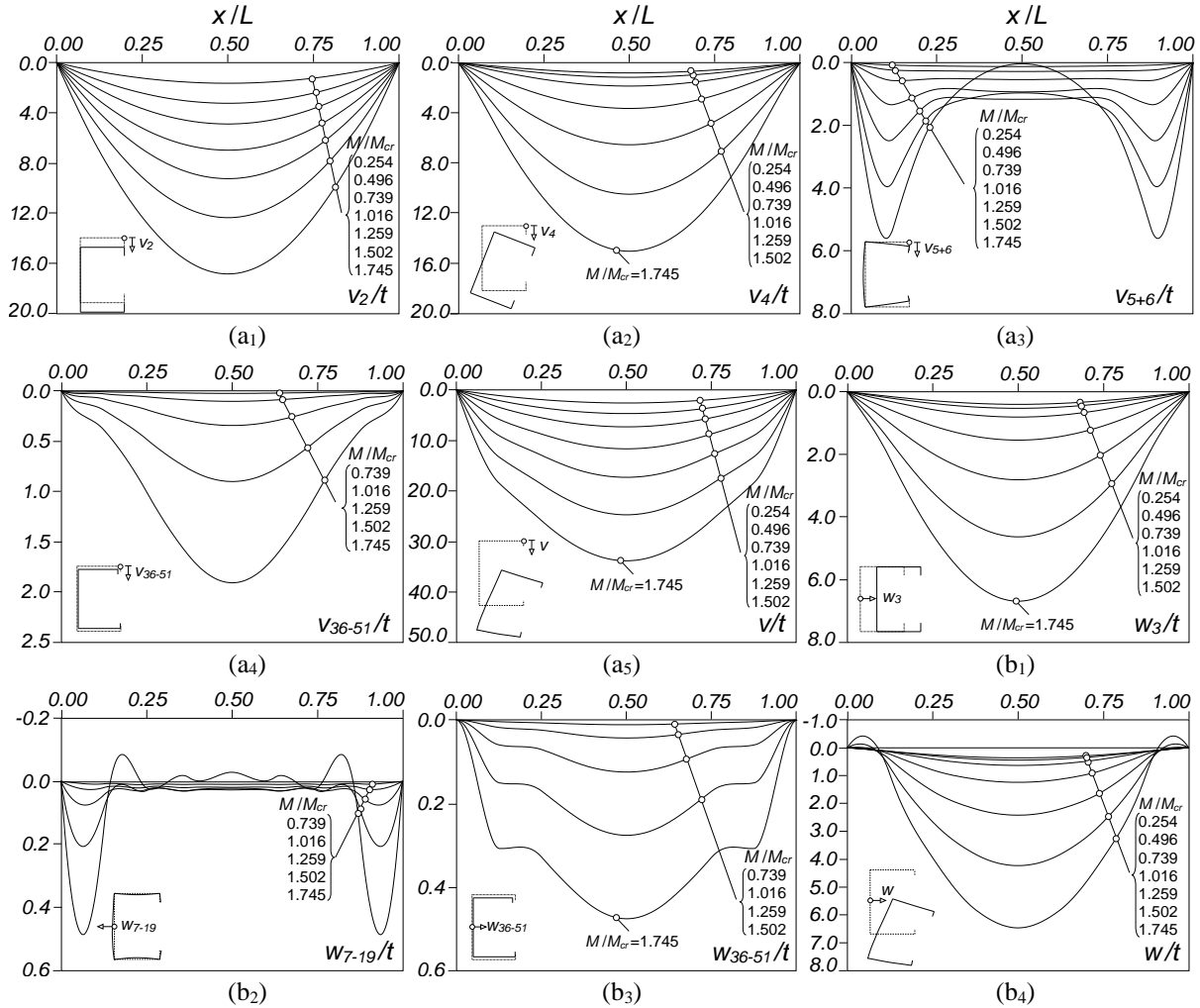


Figura 7. Perfis longitudinais da viga $R_{GD}=1.00+\theta=270^\circ$ correspondente aos deslocamentos (a) v (1) $v_2(x)$, (2) $v_4(x)$, (3) $v_{5+6}(x)$, (4) $v_{36-51}(x)$, (5) $v_{1-67}(x) \equiv v(x)$, e (b) w (1) $w_3(x)$, (2) $w_{7-19}(x)$, (3) $w_{36-51}(x)$, (4) $w_{1-67}(x) \equiv w(x)$

limite há contribuições significativas dos modos 2 (81% vs. 70%), 3 (1% vs. 8%), 4 (5% vs. 14%) e 5+6 (13% vs. 7%). Após o ponto limite, as contribuições dos modos 3 e 4 aumentam muito significativamente (em particular na viga $\theta=0^\circ$), sendo mais uma vez “compensadas” pela redução da contribuição do modo 2. Por outro lado, a predominância dos modos 5+6 vai-se reduzindo ao longo do troço descendente da trajectória de equilíbrio. Para $M/M_{cr}=0.50^\dagger$, as participações modais, muito semelhantes nas vigas $\theta=0^\circ$ e $\theta=90^\circ$, são: modos 2 (22% vs. 22%), 3 (23% vs. 22%), 4 (41% vs. 41%), 5+6 (9% vs. 10%), de corte (1% vs. 1%) e de extensão transversal (4% vs. 4%). Este facto explica a proximidade dos ramos descendentes das trajectórias de equilíbrio.

- (iv) Na viga $\theta=90^\circ$, os perfis de deslocamentos devidos às contribuições dos modos 2, 3 e 4 exibem apenas uma semi-onda ao longo de toda a trajectória de equilíbrio, – no caso do modo 3, essa semi-onda vai-se progressivamente “achatando” no troço central da viga no ramo descendente da trajectória. No caso dos modos distorcionais, a configuração da sua contribuição muda de forma

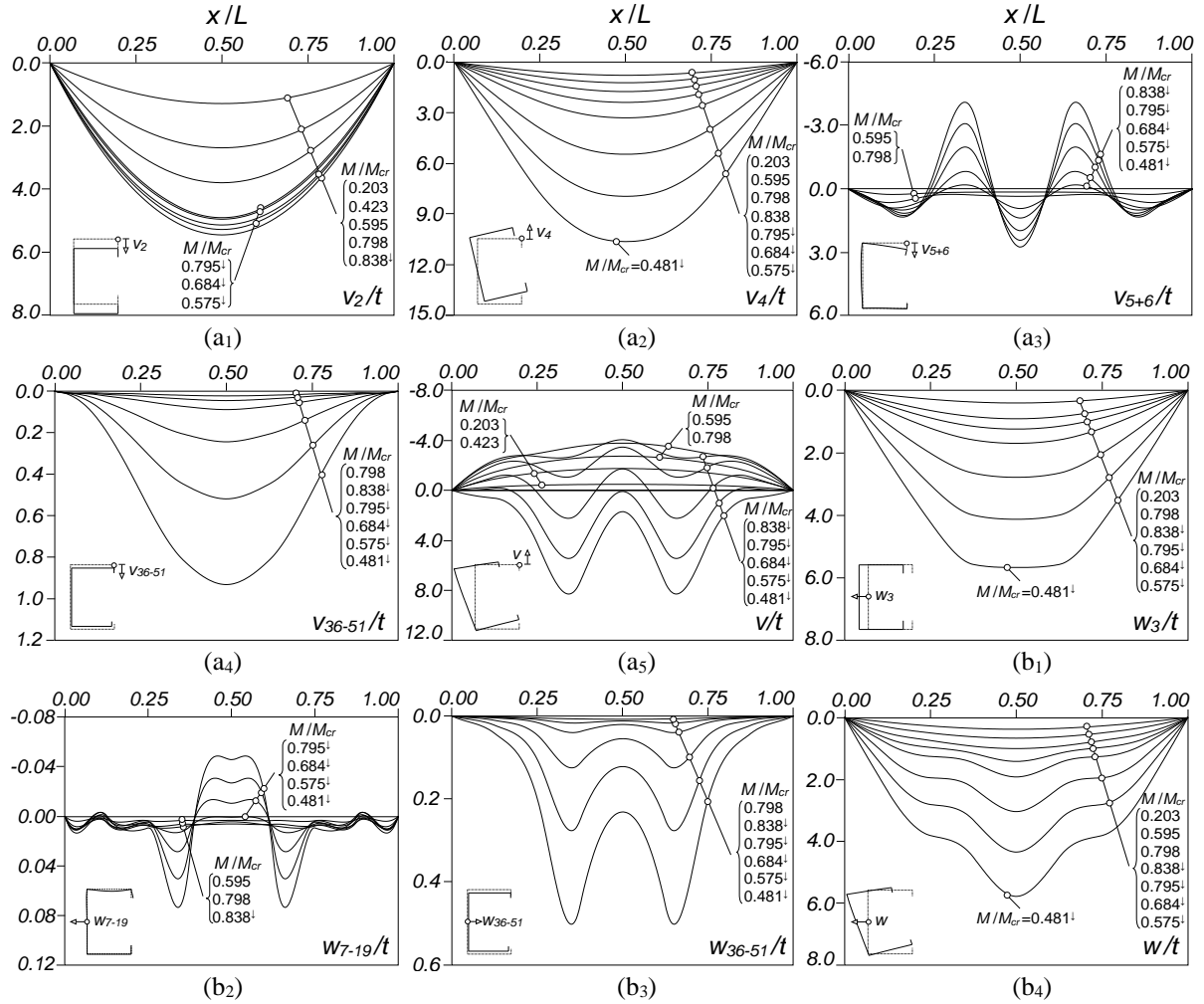


Figura 8. Perfis longitudinais da viga $R_{GD}=1.00+\theta=90^\circ$ correspondente aos deslocamentos (a) v (1) $v_2(x)$, (2) $v_4(x)$, (3) $v_{5+6}(x)$, (4) $v_{36-51}(x)$, (5) $v_{1-67}(x) \equiv v(x)$, e (b) w (1) $w_3(x)$, (2) $w_{7-19}(x)$, (3) $w_{36-51}(x)$, (4) $w_{1-67}(x) \equiv w(x)$

gradual à medida que o carregamento aumenta, passando de uma semi-onda (recorde-se que o modo de instabilidade crítica é “global” e tem uma pequena participação do modo 5 nas vigas com $R_{GD} \approx 1.00$ – ver Fig. 1(b₁)) para cinco semi-ondas, claramente visíveis na vizinhança do ponto limite (ver o perfil em $M/M_{cr}=0.838^I$ na Fig. 8(a₃)). O aparecimento de deformações distorcionais com uma configuração diferente do modo crítico de instabilidade distorcional, o qual envolve 6 semi-ondas (ver a Fig. 1(c₁)) é, à primeira vista, surpreendente. É devido ao facto de (iv₁) os momentos críticos distorcionais associados $n_D=5$ e $n_D=6$ terem valores bastante próximos (1882.8 vs. 2002.2 kNcm), o que é habitual em barras simplesmente apoiadas, e (iv₂) o modo crítico distorcional com $n_D=5$ ser simétrico, o que favorece a interacção com o modo “global” (também simétrico – $n_G=1$). Por outro lado, no início do carregamento da viga $\theta=0^\circ$, o perfil do deslocamento v (ver a Fig. 9(a₅)) combina essencialmente contribuições dos modos 2 (uma semi-onda) e 5+6 (6 semi-ondas) – apenas a segunda contribuição está também envolvida no perfil do deslocamento w (ver a Fig. 9(b₄)). Já contribuição dos modos 3+4, inicialmente diminuta e com 6

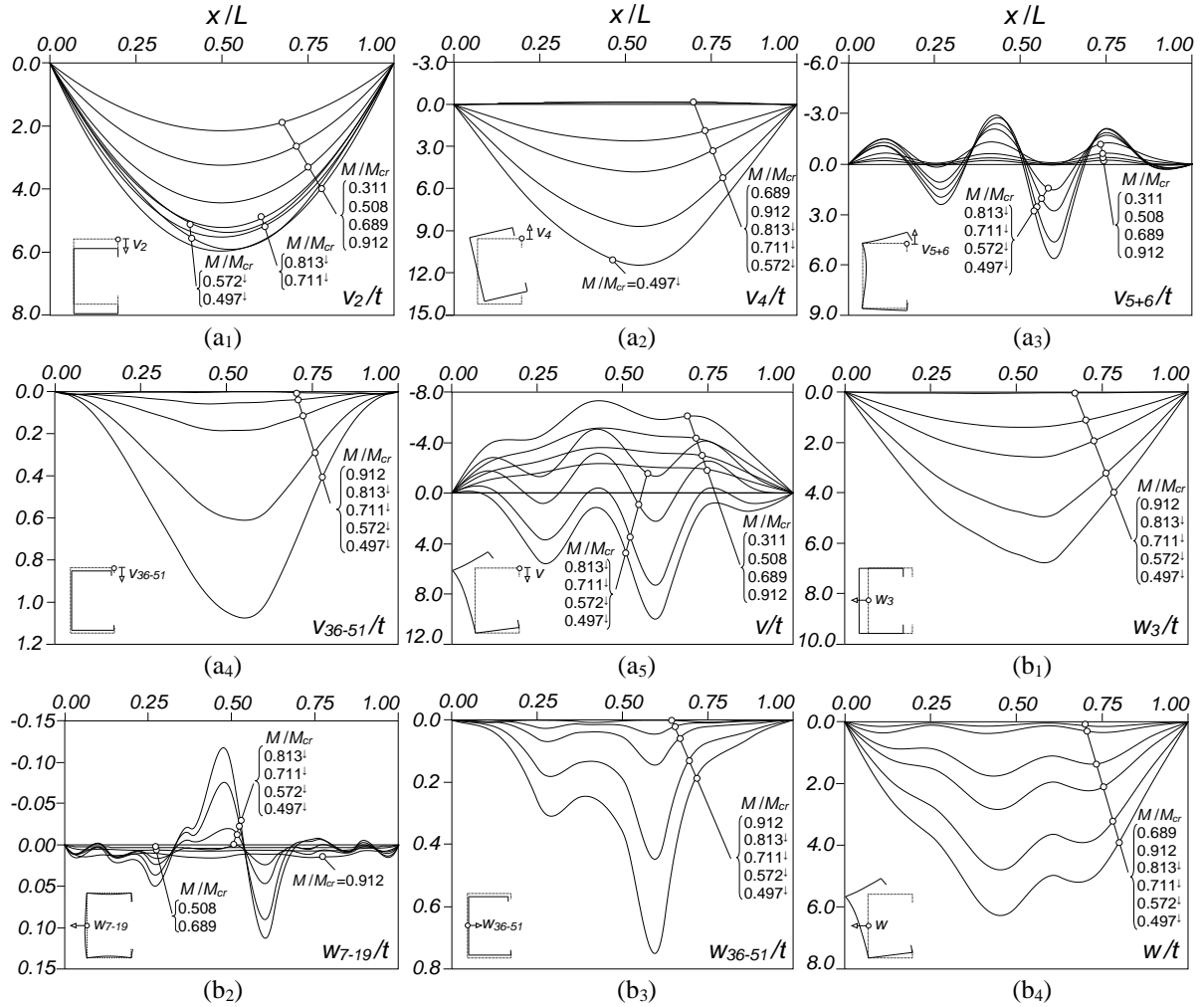


Figura 9. Perfis longitudinais da viga $R_{GD}=1.00+\theta=0^\circ$ correspondente ao deslocamento: (a) v (1) $v_2(x)$, (2) $v_4(x)$, (3) $v_{5+6}(x)$, (4) $v_{36-51}(x)$, (5) $v_{1-67}(x) \equiv v(x)$, e (b) w (1) $w_3(x)$, (2) $w_{7-19}(x)$, (3) $w_{36-51}(x)$, (4) $w_{1-67}(x) \equiv w(x)$

semi-ondas, passa gradualmente a uma semi-onda (forma do momento crítico de instabilidade “global”) à medida que o carregamento aumenta – ver os perfis dos deslocamentos v e w em $M/M_{cr}=0.912$ nas Figs. 9(a2) e 9(b1). Em suma, o aparecimento de padrões de deformação distorcional ($\theta=90^\circ$) e global ($\theta=0^\circ$) semelhantes aos dos modos de instabilidade (críticos ou não críticos) no início do carregamento caracteriza a interacção D-G genuína – este facto explica a razão das IGI que combinam as formas dos modos críticos de instabilidade distorcional e “global” não serem as mais apropriadas para ilustrar este fenómeno de acoplamento (todos os “ingredientes” já estão presentes na viga desde o início do carregamento, devido à IGI adoptada).

- (v) Ao longo do ramo descendente da trajectória de equilíbrio, as semi-ondas distorcionais tornam-se progressivamente mais desiguais em ambas as vigas ($\theta=0^\circ$ e $\theta=90^\circ$), devido à predominância do modo 4 (torção), envolvendo rotações anti-horárias no troço central das vigas. Na viga $\theta=90^\circ$ ($n_D=5$), enquanto a semi-onda central (“opõe-se” às rotações de torção) se vai atenuando, as duas

semi-ondas que lhe estão adjacentes (“reforçam” as rotações de torção) vão-se acentuando – a situação poderia ser distinta se n_D fosse igual a 3, uma vez que a semi-onda central seria mais relevante em termos relativos. O comportamento da viga $\theta=0^\circ$ ($n_D=6$) é qualitativamente bastante semelhante: a semi-onda central, com deslocamentos v “a abrir”, vai-se acentuando ao longo do ramo descendente da trajectória de equilíbrio, causando a assimetria dos perfis de deslocamento para $M/M_{cr}<0.711$ [↓] – obviamente, todos os perfis de deslocamento se mantêm simétricos na viga $\theta=90^\circ$. As configurações deformadas apresentadas nas Figs. 10(b)-(c), relativas aos estados de pós-encurvadura das vigas $\theta=90^\circ$ e $\theta=0^\circ$, ilustram as conclusões extraídas com base nos perfis de deslocamento longitudinais – note-se que estas configurações deformadas são representações tridimensionais de resultados obtidos com a GBT (uma teoria de barras – unidimensional).

- (vi) Por outro lado, os resultados apresentados na Fig. 7, relativos à viga $\theta=270^\circ$, são bastantes distintos, especialmente no que respeita à participação dos modos distorcionais. Tal como sucedeu na viga $\theta=90^\circ$ (ver o ponto (iv)), os perfis de deslocamento devidos às contribuições dos modos **2**, **3**, **4** e **5** mantêm a sua configuração inicial (com uma semi-onda) para carregamentos não muito elevados. À medida que o carregamento aumenta ($M/M_{cr}>1.016$), a configuração do perfil devido aos modos distorcionais (Fig. 7(a₃)) altera-se e passa a exibir 5 semi-ondas com amplitudes desiguais: as duas extremas são bastante mais pronunciadas que as três centrais, as quais são de muito difícil visualização. Ao contrário do que sucede na viga $\theta=90^\circ$, a contribuição dos modos globais (sobretudo o modo **4**) quando ocorre a mudança da configuração dos perfis devidos aos modos distorcionais é bastante elevada na viga $\theta=270^\circ$, o que não permite o desenvolvimento de semi-ondas com amplitudes semelhantesⁱⁱ. Tal como sucedia nas restantes vigas ($\theta=90^\circ$ e $\theta=0^\circ$), a viga a viga $\theta=270^\circ$ também exibe interacção D-G, muito embora esse facto não seja tão evidente como nas duas vigas anteriores. Ao longo da trajectória de equilíbrio ($M/M_{cr}>1.016$), as semi-ondas devidas aos modos distorcionais vão ficando mais pronunciadas junto dos apoios da viga, regiões onde as deformações devidas à torção são bastante mais pequenas – as configurações deformadas da Fig. 10(a) mostram a predominância dos modos globais na resposta da viga $\theta=270^\circ$ ao longo de toda a sua trajectória de equilíbrio.
- (vii) Os perfis de deslocamento devidos aos modos locais apresentados nas Figs. 8(b₂) and 9(b₂) têm configurações “irregulares” com pouco (ou nenhum) significado físico. Como a contribuição dos modos locais para a resposta da viga é muito pequena (bastante inferior às contribuições obtidas para as vigas analisadas nas Secções 3 e 4.2), a sua relevância é pouco perceptível.
- (viii) Os resultados apresentados mostram claramente que o comportamento mecânico associado à interacção D-G genuína é fortemente influenciado pelas deformações globais, as quais são responsáveis pelo padrão dominante da configuração deformada da viga. As deformações distorcionais desempenham um papel secundário (menos relevante) – esta afirmação pode ser corroborada e quantificada através da observação dos diagramas de participação modal apresentados nas Figs. 6(b₁)-(b₃).
- (ix) É ainda importante destacar que os autores de [1] relataram que, durante os ensaios experimentais realizados, “*foram observadas pequenas distorções do banzo comprimido na vizinhança do*

ⁱⁱ Note-se que situações análogas foram já observadas no contexto de vigas afectadas por interacção L-D. Por outro lado, é de salientar que a amplitude da IGI pode ter um papel preponderante neste aspecto.

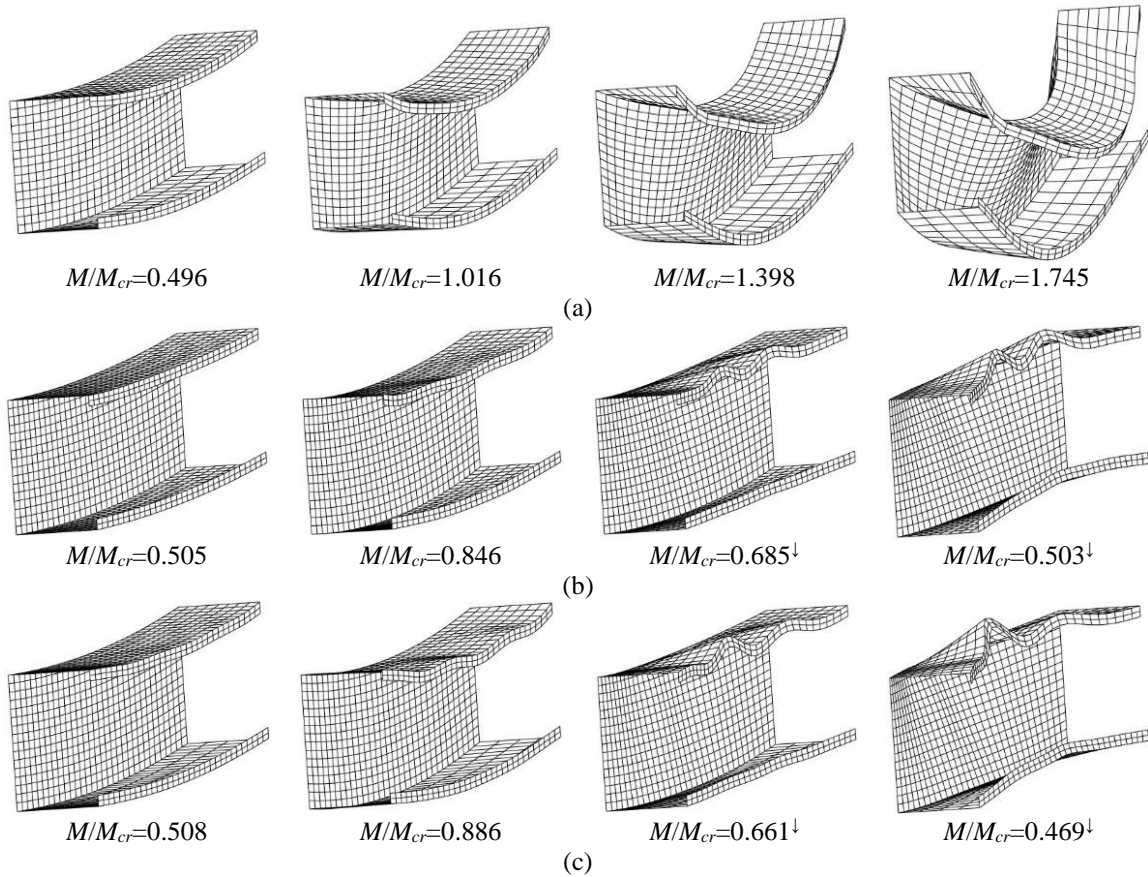


Figura 10. Configurações deformadas de vigas $R_{GD}=1.00$ (a) $\theta=270^\circ$ (b) $\theta=90^\circ$, (c) $\theta=0^\circ$ – vários estados de pós-encurvadura.

carregamento último (...) e desenvolveram-se deformações distorcionais, acompanhadas logo em seguida por grandes deformações flexo-torsionais (...) e com um decréscimo acentuado no carregamento”, o que está em perfeita consonância com os resultados numéricos obtidos – como é óbvio, os aspectos cinemáticos não dependem do material (aço macio/carbono ou inoxidável).

4.2. Interação D-G por bifurcação secundária global

Nesta secção aborda-se o comportamento de pós-encurvadura da viga com secção em C e $R_{GD}=2.00$, apresentada na Fig. 1(a₂), contendo uma IGI com a forma do modo crítico distorional envolvendo deslocamentos da ligação entre o banzo superior e reforço de extremidade, a meio vão, “a abrir”. As Figs. 11(a)-(b) mostram a trajectória de equilíbrio M/M_{crD} vs. $(v+v_0)/t$ e o correspondente diagrama de participação modal, enquanto nas Figs. 12(a₁)-(b₄) estão representados vários perfis longitudinais de deslocamento semelhantes aos apresentados anteriormente. A Fig. 13 mostra as configurações deformadas da viga para $M/M_{crD}=0.507, 0.919, 0.701^\downarrow, 0.484^\downarrow$. A observação destes resultados permite tecer os seguintes comentários:

- (i) No diagrama de participação modal existem duas regiões claramente distintas, correspondendo a fronteira de separação entre elas ao ponto limite da trajectória de equilíbrio ($M/M_{crD}=0.919$). Para $M/M_{crD}<0.919$, a resposta da viga combina essencialmente participações dos modos 2 (sobretudo)

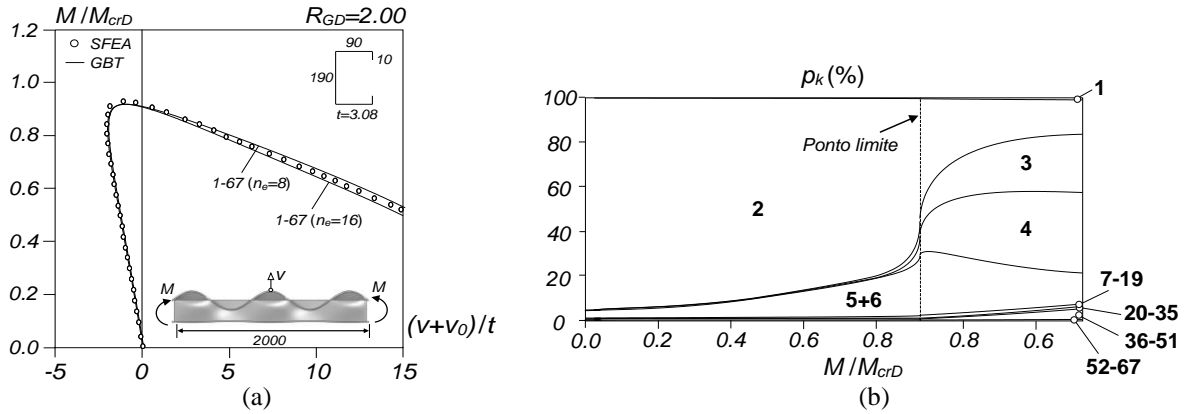


Figura 11. (a) Trajetórias de equilíbrio M/M_{cr} vs. $(v+v_0)/t$ da viga em C com $R_{GD}=2.00$ (interação D-G por bifurcação secundária global) e contendo uma IGI distorcional, e (b) correspondente diagrama de participação modal

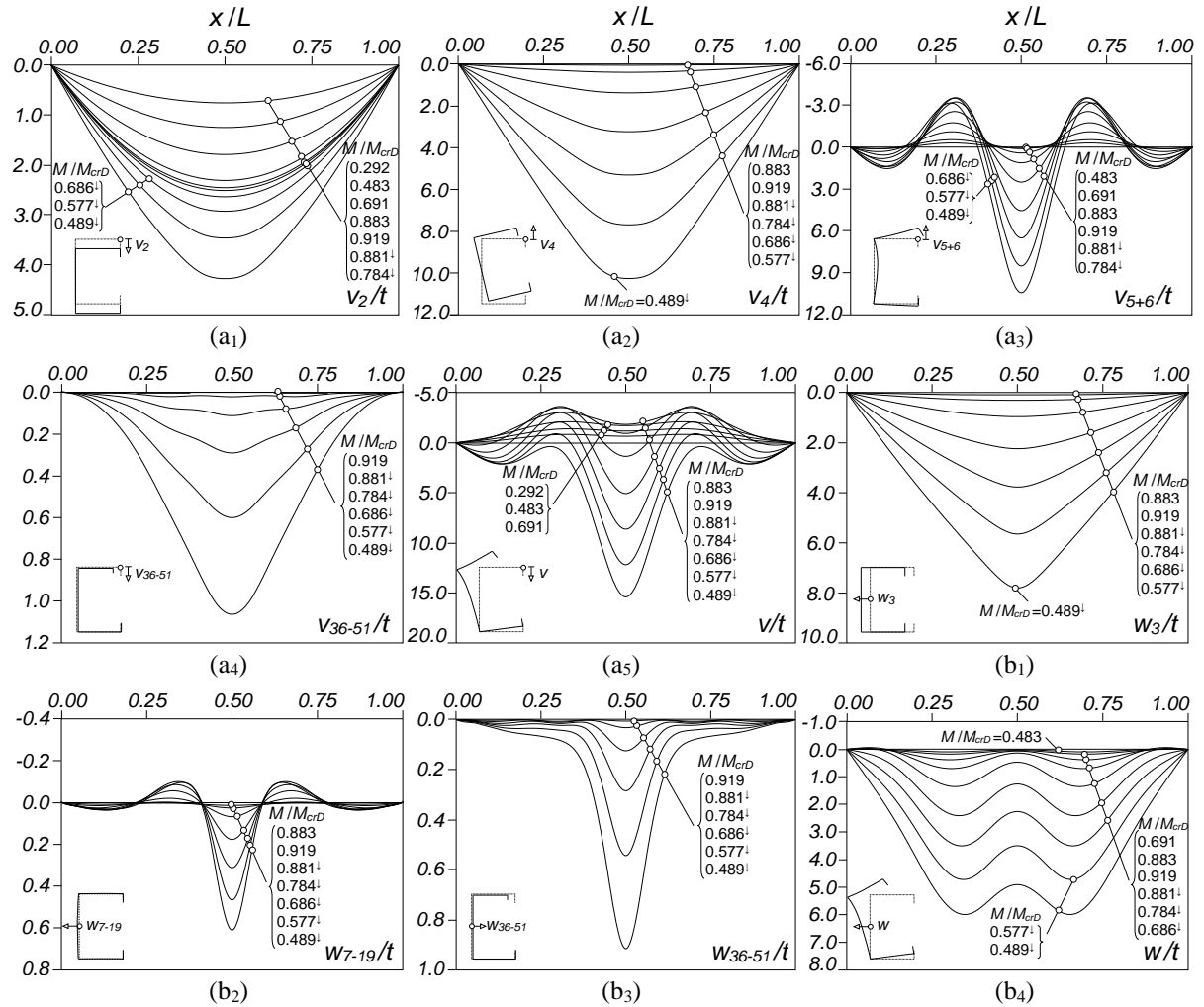


Figura 12. Perfis longitudinais da viga $R_{GD}=2.00$ correspondente ao deslocamento: (a) v (1) $v_2(x)$, (2) $v_4(x)$, (3) $v_{5+6}(x)$, (4) $v_{36-51}(x)$, (5) $v_{1-67}(x) \equiv v(x)$, e (b) w (1) $w_3(x)$, (2) $w_{7-19}(x)$, (3) $w_{36-51}(x)$, (4) $w_{1-67}(x) \equiv w(x)$

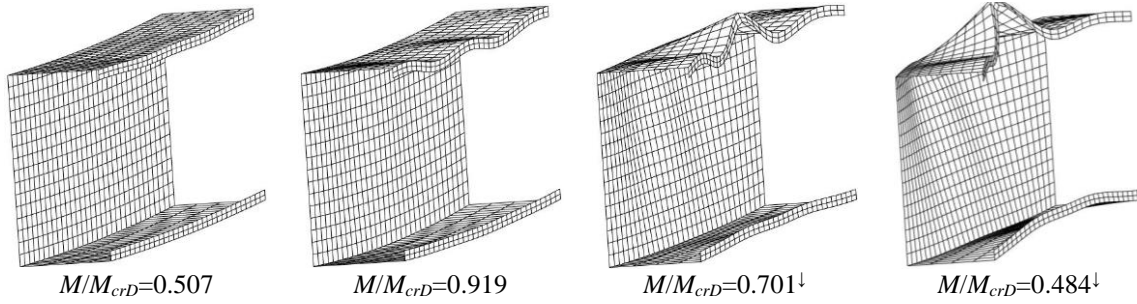


Figura 13. Configurações deformadas da viga $R_{GD}=2.00$ nos estados de pós-encurvadura $M/M_{crD}=0.507, 0.919, 0.701^{\downarrow}, 0.484^{\downarrow}$.

e **5+6** (introduzida pela IGI). À medida que o carregamento aumenta, p_2 decresce de 95% para 56% e p_{5+6} aumenta de 4% para 27% (valores em $M/M_{crD}=0.919$). Observe-se ainda que, em $M/M_{crD}=0.837$, as participações dos modos **3** e **4**, diminutas até então, aumentam rapidamente de 1% até 7% e 9% (valores em $M/M_{crD}=0.919$). No troço descendente da trajectória de equilíbrio o modo **2** é rapidamente substituído pelos modos **3** e **4**, cujas participações atingem 26% e 36% em $M/M_{crD}=0.473^{\downarrow}$. Por outro lado, p_{5+6} atinge um valor máximo de 28% em $M/M_{crD}=0.900^{\downarrow}$, perdendo gradualmente importância até $M/M_{crD}=0.473^{\downarrow}$. No respeito à participação conjunta dos modos locais e de corte, ela nunca excede 2%. Finalmente, a relevância da participação conjunta dos modos de extensão transversal, cujo valor máximo é 5% em $M/M_{crD}=0.473^{\downarrow}$, aumenta ao longo do troço descendente da trajectória de equilíbrio, especialmente devido às contribuições dos modos **36** (1.7%), **39** (0.5%), e **40** (1.3%) – ver Fig. 2.

- (ii) Tal como na Secção 3, todos os perfis de deslocamento representados nas Figs. 12(a₁)-(b₄) são simétricos, em virtude de o números de semi-ondas distorcionais (n_D) da IGI ser ímpar. Conforme mostra a Fig. 11(b), no início do carregamento o perfil de deslocamento v tem uma contribuição maioritária do modo **2** (com uma semi-onda e sentido descendente – ver Fig. 12(a₁)), combinada com uma participação menor dos modos **5+6** (cinco semi-ondas – ver Fig. 12(a₃)). À medida que o carregamento aumenta, as deformações distorcionais tornam-se mais pronunciadas, o que origina o aparecimento de deformações (globais) associados aos modos **3** e **4** – devido à redistribuição de tensões mencionada na Secção 3. O aparecimento destas deformações favorece a interação distorcional-global, uma vez que a relação M_{crG}/M_{crD} não é suficientemente elevada para que acoplamento não ocorra. A participação dos modos globais torna-se progressivamente mais relevante ao longo da trajectória de equilíbrio, conforme mostram as Figs. 12(a₂) e 12(b₁) (e também a Fig. 11(b)) – para $M/M_{crD}<0.919^{\downarrow}$, a relevância de v_4 (Fig. 12(a₂)) em v (Fig. 12(a₅)) e de w_3 (Fig. 12(b₁)) em w (Fig. 12(b₄)) é muito esclarecedora. Note-se ainda que, para $M/M_{crD}<0.919^{\downarrow}$, as 5 semi-ondas distorcionais, inicialmente com amplitudes iguais, tornam-se progressivamente mais desiguais (a semi-onda central é a mais pronunciada – Fig. 12(a₃)) – este comportamento deve-se ao maior “poder de atracção” da participação do modo **4** (com uma semi-onda), tal como se discutiu na secção anterior. As pequenas contribuições dos restantes modos locais (Fig. 12(b₂)) e de extensão transversal (Fig. 12(a₄) e 11(b₃)) têm padrões qualitativamente semelhantes.
- (iii) Não existe uma clara diferença entre os comportamentos de pós-encurvadura exibidos por esta viga e por aquela que exhibe interacção D-G genuína (analisada na Secção 4.1), apesar dos diferentes valores de n_D . Como os modos **3** e **4**, associados a M_{crG} , surgem em vigas em que

$R_{GD} > 1.00$ ou $R_{GD} \gg 1.00$ (no último caso, devido à redistribuição de tensões causada pelas deformações distorcionais), pode concluir-se que todas as vigas são afectadas por interacção D-G. No entanto, optou-se por designar a interacção exibida por esta viga como “interacção D-G devido a bifurcação secundária global”, uma vez que não está associada à proximidade entre M_{crG} e M_{crD} . Conforme foi já referido pelos autores [6], este tipo de interacção é sempre relevante para efeitos de dimensionamento (há redução da resistência última).

4.3. Interacção D-G por bifurcação secundária distorcional

Por último, investiga-se a possibilidade da ocorrência e desenvolvimento de interacção D-G por bifurcação secundária distorcional. As Figs. 14(a₁)-(a₂) dizem respeito à viga seleccionada na Fig. 1(a₃) e mostram as trajectórias de equilíbrio M/M_{crG} vs. $(w+w_0)/t$ correspondentes a IGI globais com amplitude $L/1000$ e envolvendo rotações de torção com sentido horário (Fig. 14(a₁)) e anti-horário (Fig. 14(a₂)) – a Fig. 14(b) mostra o diagrama de participação modal associado à trajectória da Fig. 14(a₂). Por outro lado, nas Figs. 15(a₁)-(b₄) apresentam-se perfis de deslocamento, semelhantes aos apresentados em secções anteriores, também relativos à trajectória da Fig. 14(a₂). A observação destes resultados de pós-encurvadura permite concluir que:

- (i) Como seria expectável, existe uma assimetria no que respeita ao sinal/orientação da IGI global, a qual foi já observada na Secção 4.1 (no contexto da interacção D-G genuína) e foi também referida por Put *et al.* [7] há cerca de duas décadas – como as deformações globais são dominantes na interacção D-G, era lógico esperar essa assimetria também no caso da viga agora analisada.
- (ii) O diagrama de participação modal da Fig. 14(a₂) mostra que o modo 2 é preponderante na resposta estrutural da viga no início do carregamento. As restantes participações relevantes são as dos modos 3 e 4 (logicamente, devido à configuração da IGI considerada) – a contribuição do modo 5, também ele presente na IGI (ver Fig. 1(b₃)), é reduzida. À medida que se progride na trajectória de equilíbrio, as contribuições dos modos 3 e 4 aumenta gradualmente até ocorrer um ponto limite, para $M/M_{crG}=0.80$ – em sentido oposto, a contribuição do modo 2 perde influência. As participações dos restantes modos de deformação são pouco significativas.
- (iii) A análise dos perfis longitudinais representados nas Figs. 15(a₁)-(b₄) mostra claramente que se trata de um comportamento de pós-encurvadura global virtualmente “puro”. De facto, os perfis

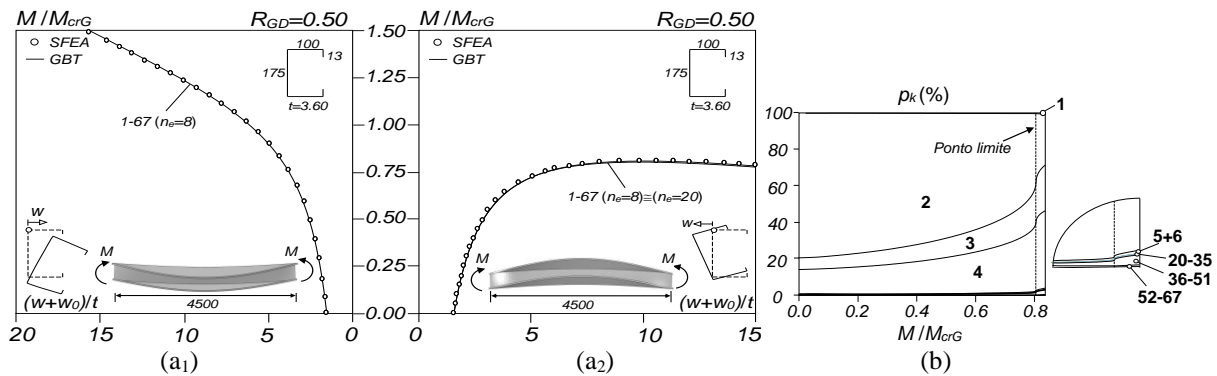


Figura 14. (a) Trajectórias de equilíbrio M/M_{cr} vs. $(w+w_0)/t$ da viga em C com $R_{GD}=0.50$ e contendo uma IGI global com rotações de torção no sentido (1) horário e (2) anti-horário, e (b) diagrama de participação modal da segunda viga

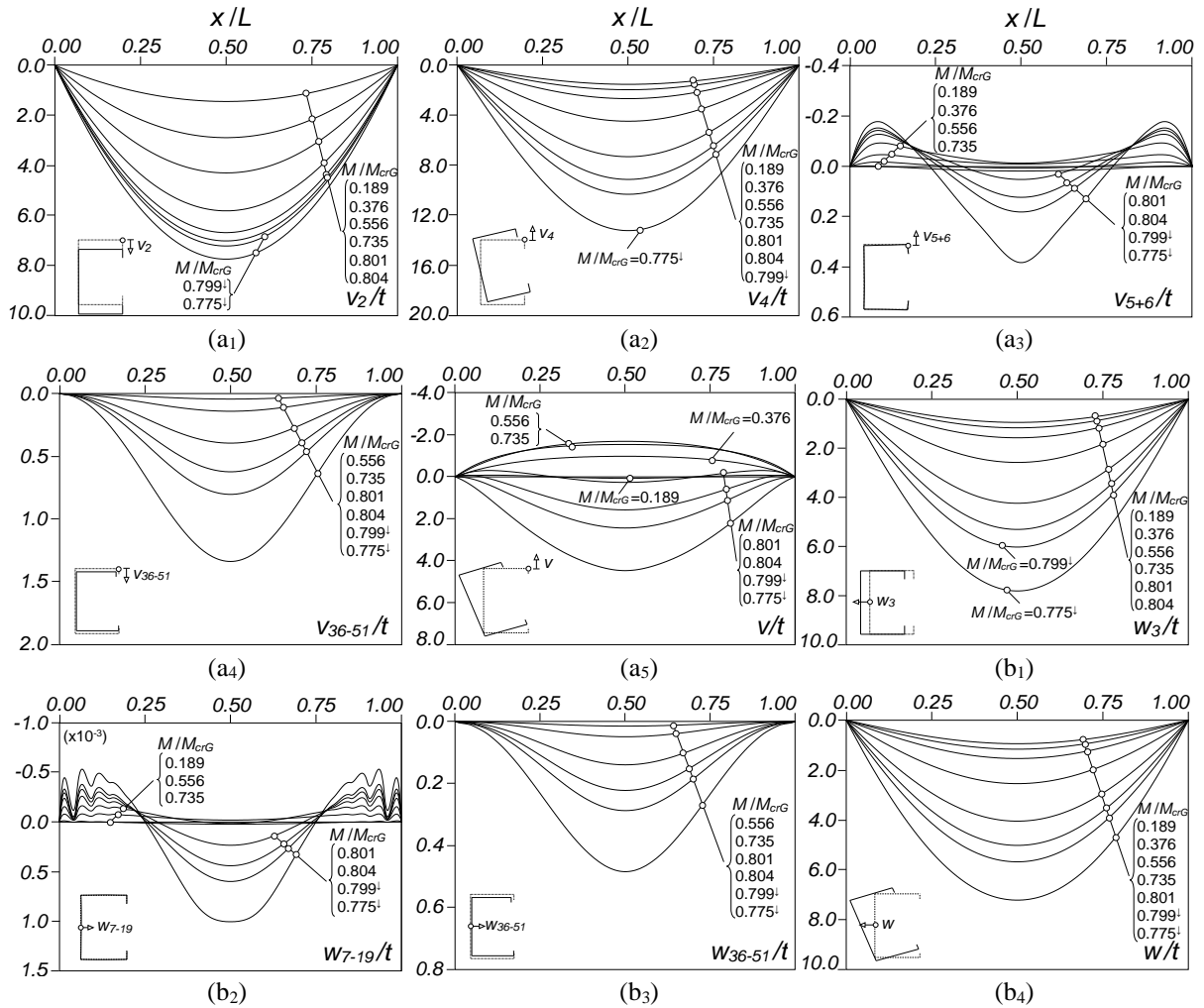


Figura 15. Perfis longitudinais da viga $R_{GD}=0.50$ correspondente ao deslocamento: (a) v (1) $v_2(x)$, (2) $v_4(x)$, (3) $v_{5+6}(x)$, (4) $v_{36-51}(x)$, (5) $v_{1-67}(x) \equiv v(x)$, e (b) w (1) $w_3(x)$, (2) $w_{7-19}(x)$, (3) $w_{36-51}(x)$, (4) $w_{1-67}(x) \equiv w(x)$

dos deslocamentos v (Fig. 15(a4)) e w (Fig. 15(b4)) mantêm as suas configurações ao longo da trajectória de equilíbrio (pelo menos até $(w+w_0)/t=15$): uma semi-onda, devida às “praticamente exclusivas” contribuições dos modos globais 4 (em v) e 3+4 (em w) – note-se que a inversão do sinal de v se deve ao crescimento da contribuição do modo 4 longo da trajectória de equilíbrio (ver Fig. 15(a2)), a qual se “opõe” às deformações causadas pelo modo 2 (Fig. 15(a1)). Por outro lado, a contribuição dos modos distorcionais (sobretudo do modo 5), apresentada na Fig. 15(a3), exibe uma configuração inicial (e.g., para $M/M_{crG}=0.189$) com 1 semi-onda e envolvendo deslocamentos da ligação banzo-reforço superior “a abrir”. À medida que o carregamento aumenta, as deformações distorcionais invertem o sentido (passam a ser a “fechar”), facto que se atribui à presença do fenómeno do “enrolamento do banzo” (“flange curling”, na designação anglo-saxónica), o qual ocorre em vigas com banzos esbeltos e de pequena espessura e provoca deslocamentos das duas ligações banzo-reforço “a fechar” [8]. Quando as deformações devidas aos modos 3+4 se começam a tornar dominantes (em relação às devidas ao modo 2), é visível

que ocorre uma nova inversão do sentido das deformações distorcionais, o qual se deve ao maior “poder de atracção” das deformações de torção com sentido anti-horário (já observadas nas vigas analisadas anteriormente), *i.e.*, envolvendo deslocamentos da ligação banzo-reforço superior “a abrir” – o troço central do perfil $v_{5+6} \cong v_5$ fica cada vez mais pronunciado à medida que se avança ao longo da trajectória de equilíbrio.

- (iv) Em resumo, o comportamento desta viga não é influenciado pela interacção D-G (por bifurcação secundária distorcional), uma vez que essa influência teria de se traduzir pelo envolvimento de um número de semi-ondas distorcionais bastante superiorⁱⁱⁱ. O facto de a contribuição do modo **6** para as deformações distorcionais da viga ser bastante inferior à do modo **5** confirma a inexistência de interacção entre os modos de instabilidade global e distorcional.

5. CONCLUSÃO

Apresentaram-se neste trabalho os resultados de uma investigação numérica, efectuada através de análises baseadas na GBT, sobre o comportamento geometricamente não-linear de vigas com secção transversal em C, simplesmente apoiadas, submetidas a flexão uniforme em torno do eixo de maior inércia e afectadas por interacção distorcional-global (D-G). De entre as várias conclusões obtidas no decorrer desta investigação, merecem ser destacadas as seguintes:

- (i) Os aspectos mecânicos associados ao comportamento de pós-encurvadura de vigas afectadas por “interacção D-G genuína” ou “interacção D-G por bifurcação secundária global” são fortemente influenciados pelas deformações globais, as quais governam as respostas das vigas influenciadas por este fenómeno de interacção – as deformações distorcionais têm um papel bem menos relevante (claramente secundário). De facto, independentemente do tipo de interacção D-G e/ou configuração da imperfeição geométrica inicial (IGI), a viga exhibe sempre deformações globais (flexão-torção) bem mais pronunciadas que as suas congéneres distorcionais.
- (ii) Conforme seria de esperar, a natureza da IGI altera consideravelmente o comportamento de pós-encurvadura de vigas cujo modo de instabilidade distorcional crítico exhibe um número de semi-ondas (n_D) par. Uma IGI global conduz sempre a interacção com um modo de instabilidade distorcional não crítico (de n_D ímpar, provavelmente o valor imediatamente superior ao do modo crítico) – como se tem sempre $n_G=1$ (nas vigas analisadas) a interacção ocorre invariavelmente com um modo de instabilidade distorcional de n_D ímpar. Por outro lado, IGI distorcionais com n_D par originam sempre perfis de deslocamentos longitudinais assimétricos – deslocados no sentido da semi-onda distorcional adjacente à secção de meio-vão com deslocamentos da ligação banzo-reforço superior “a abrir”. Naturalmente, quando n_D é ímpar (e $n_G=1$), a configuração da IGI tem uma influência menor no comportamento de pós-encurvadura da viga.
- (iii) Do ponto de vista qualitativo não existe uma clara diferença entre os comportamentos de pós-encurvadura das vigas afectadas por interacção D-G genuína e por bifurcação secundária global. Esta semelhança, algo surpreendente, deve-se ao facto de as vigas com comportamento de pós-

ⁱⁱⁱ No caso da viga aqui analisada, a interacção D-G não envolveria o número de semi-ondas do modo crítico distorcional (ver Fig. 1(c3)), em virtude de este par ($n_D=10$). Envolveria 11 semi-ondas, o valor de n_D ímpar que corresponde ao momento de bifurcação distorcional imediatamente superior ao crítico. Por outro lado, estas semi-ondas teriam amplitudes desiguais, uma vez que surgiriam numa fase em que as deformações globais são dominantes, *i.e.*, as semi-ondas situadas junto das extremidades da viga teriam amplitude superiores às do troço central (tal como sucede na viga $\theta=270^\circ$ discutida na Secção 4.1).

encurvadura distorcional “puro” ($M_{crD} < M_{crL} \ll M_{crG}$), também analisadas neste trabalho, exibirem deformações globais (modos 3+4), causadas pela redistribuição de tensões, na metade comprimida da viga, provocada pelas pronunciadas deformações distorcionais (e não devido à proximidade entre M_{crD} e M_{crG}). Assim, se M_{crG} não estiver suficientemente afastado de M_{crD} é sempre possível a ocorrência de interação D-G. A interação D-G por bifurcação secundária global só não reduz a resistência da viga se M_{crG} for muito superior a M_{crD} (ver [6]).

- (iv) Os resultados da análise da viga que, em teoria, seria susceptível a interação D-G por bifurcação secundária distorcional ($R_{GD} = M_{crG} / M_{crD} = 0.50$) não mostraram quaisquer indícios da ocorrência desse fenómeno de interação.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece o apoio financeiro da *Fundação para a Ciência e a Tecnologia* (FCT – Portugal), através da bolsa de doutoramento SFRH/BD/87746/2012.

REFERÊNCIAS

- [1] S. Niu, K.J.R. Rasmussen e F. Fan, “Distortional-global interaction buckling of stainless steel C-beams: Part I – experimental investigation”, *Journal of Constructional Steel Research*, **96**(May), 127-139, (2014).
- [2] S. Niu, K.J.R. Rasmussen e F. Fan, “Distortional-global interaction buckling of stainless steel C-beams: Part II – numerical study and design”, *Journal of Constructional Steel Research*, **96**(May), 40-53, (2014).
- [3] A.D. Martins, D. Camotim, R. Gonçalves e P.B. Dinis, “On the mechanics of local-distortional interaction in thin-walled lipped channel beams”, *UBS Key Drive Proceedings of 7th International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures* (CIMS 2016 – Baltimore, 7-8/11), Paper 01, (2016).
- [4] A.D. Martins, D. Camotim, R. Gonçalves e P.B. Dinis, “Mechanics of distortional-global interaction in fixed-ended lipped channel columns”, *USB Key Drive Proceedings of 8th International Conference on Steel and Aluminum Structures* (ICSAS 2016 – Hong Kong, 7-9/12), B. Young, Y. Cai (eds.), Paper 59, (2016).
- [5] A.D. Martins, D. Camotim e P.B. Dinis, “On the distortional-global interaction of cold-formed steel columns: relevance, post-buckling behavior, strength and DSM design”, *Website Proceedings of SSRC Annual Stability Conference* (San Antonio, 21-24/3), (2017).
- [6] A.D. Martins, D. Camotim e P.B. Dinis, “Distortional-global interaction in lipped channel beams – Part II: strength, relevance and DSM design”, *Proceedings of 8th European Conference on Steel and Composite Structures* (EUROSTEEL 2017 – Copenhagen, 13-15/9), (2017). (in press)
- [7] M.B. Put, Y.-L. Pi e N.S. Trahair, “Lateral buckling strength of cold-formed channel section beams”, *Journal of Structural Engineering* (ASCE), **124**(10), 1182-1191, (1998).
- [8] N. Silvestre, “Nonlinear curling of wide single-flange steel panels”, *Journal of Constructional Steel Research*, **65**(3), 509-522, (2009).